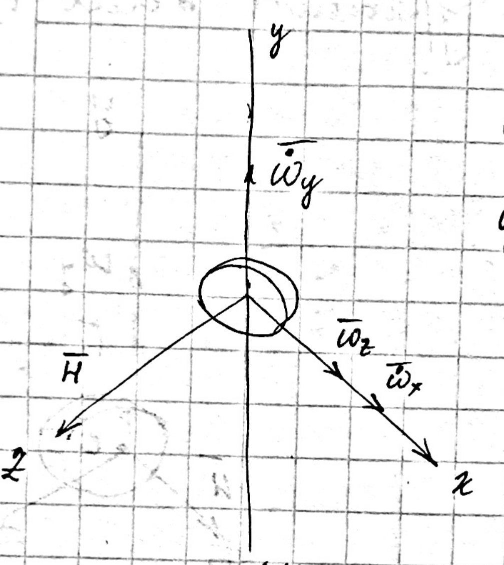
№13

19.09 2014г.

$H = const$ для прикладной теории гироскопов

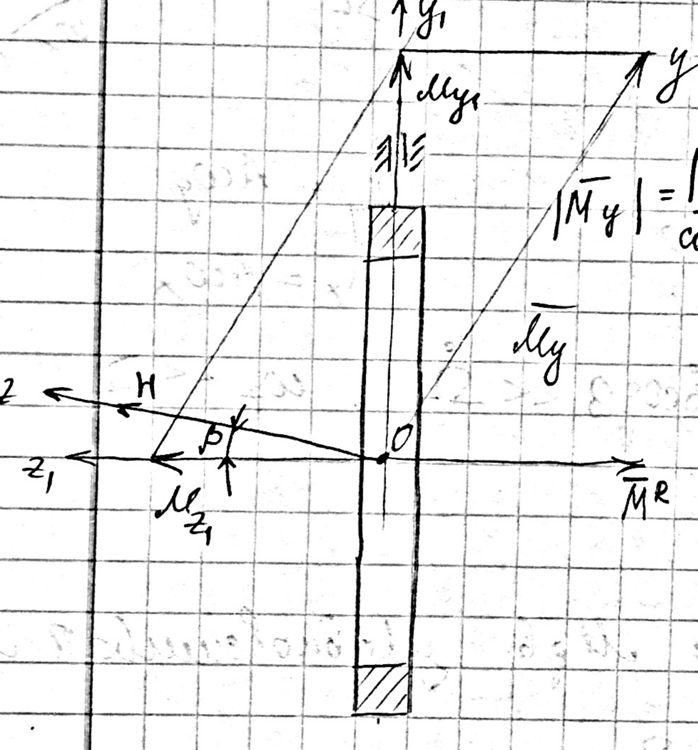


$$ox: -A\dot\omega_x - H\omega_y + M_x = 0$$

$$oy: -A\dot\omega_y + H\omega_x + M_y = 0$$

$$-A\dot\omega_y + H\omega_x + \frac{M_{y1}}{\cos\beta} = 0$$

M_x и M_{y1} – внеш. моменты, действующие вокруг осей карданова подвеса OX и OY_1 ($M^{тр}$ опор (сух и вязкого), $M^{т}$ токоподводов и ДУ)



$|\bar M_y| = \frac{|\bar M_{y1}|}{\cos\beta}$ M_{z1} уравновешивается моментом M^R реакции опор / рамки г. невесомые, β – мал

M_y вызывает прецессию г.

$\omega_x = -\dot\beta$; $\dot\omega_x = -\ddot\beta$

$\omega_y = \dot\alpha\cos\beta$

$\dot\omega_y = \ddot\alpha\cos\beta - \dot\alpha\dot\beta\sin\beta$

Допустим $\dot\omega_y \approx \ddot\alpha$

$\dot\beta \to \beta s$

$\ddot\beta \to \beta s^2$

Собств. движение г.

$M_x = 0$; $M_{y1} = 0$; $\beta \to 0$

$$\begin{cases} A\ddot\beta - H\dot\alpha = 0 \\ A\ddot\alpha + H\dot\beta = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} As^2 & -Hs \\ Hs & As^2 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2s^4 + H^2s^2 = (A^2s^2 + H^2)s^2 \text{ – хар. ур.}$$

$S_{1,2} = \pm \frac{H}{A} i = \pm n i$, где $n = \frac{H}{A}$ – частота собств. колебаний (нутации) гироскопа

$S_{3,4} = 0$ => множество положений равновесия

$\alpha = c_1 \sin nt + c_2 \cos nt$ (′) $\qquad \beta = -\frac{\ddot{\alpha}}{n} = c_1 n \sin nt + c_2 n \cos nt$

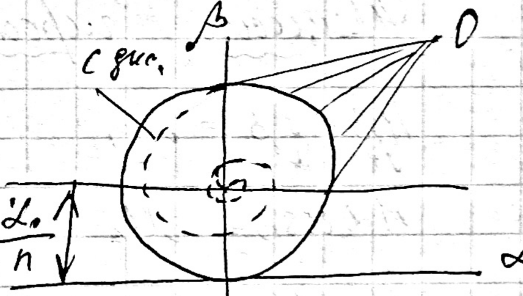
$\dot{\alpha} = c_1 n \cos nt - c_2 n \sin nt$ (″)

$\ddot{\alpha} = -c_1 n^2 \sin nt - c_2 n^2 \cos nt \qquad \beta = -c_1 \cancel{n}\cos nt + c_2 \sin nt + c_3$ (‴)

Н.у.: $t=0$ $\alpha_0 = \beta_0 = 0$; $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0$, $\dot{\beta} = 0$

(′) → $c_2 = 0$ $\qquad$ (‴) → $c_3 = c_1 = \frac{\dot{\alpha}_0}{n}$

(″) → $c_1 = \frac{\dot{\alpha}_0}{n}$



$n \gg \dot{\alpha}_0$

$\alpha = \frac{\dot{\alpha}_0}{n} \sin(nt)$

$\beta = \frac{\dot{\alpha}_0}{n} (1 - \cos nt)$

Учтем диссипативные моменты $(-D_y \dot{\alpha}, + D_x \dot{\beta})$

$A\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} + D_x \dot{\beta} = 0$

$A\ddot{\alpha} + H\dot{\beta} + D_y \cancel{\beta}\dot{\alpha} = 0$

спираль

Под действием дис. моментов нутация г. быстро затухают, однако нутационные явления необходимо учитывать при проектировании г.

Сферич. г.: $n \approx \Omega$ – недопустимо; $C > A$ – для уст-ти, $n \neq \Omega$ $\qquad n = \frac{H}{A} = \frac{C}{A}\Omega \approx 1{,}2\Omega$

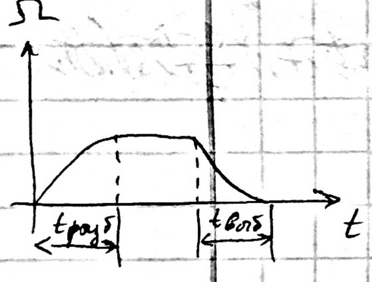
Необх. проверить на объекте, чтобы частота внеш. возмущений не совпадала с част. нутации

$\omega_{об} \neq n$!

Для г. в кард. подв. $n = \dfrac{H\cos\beta_0}{\sqrt{A_0 B_0}}$

A_0 и B_0 - приведенные моменты инерции внутр. и нар. рамки соотв.

$\beta_0 \to min$



Нутация особо опасна при перех. процессах (разбег/выбег)

Прецессия гироскопа

$H\dot\beta\cos\beta = M_{y_1}$

$H\dot\alpha\cos\beta = M_x$

Прецессионные ур-ния г (под действием $M^{вн}$ без нутации)

Пренебрегаем инерционными моментами

$H\cos\beta_0$ – эффективн. составл. кин. мом. г.

$M^{вн}$ и $M^{г}$ уравновешивают друг друга

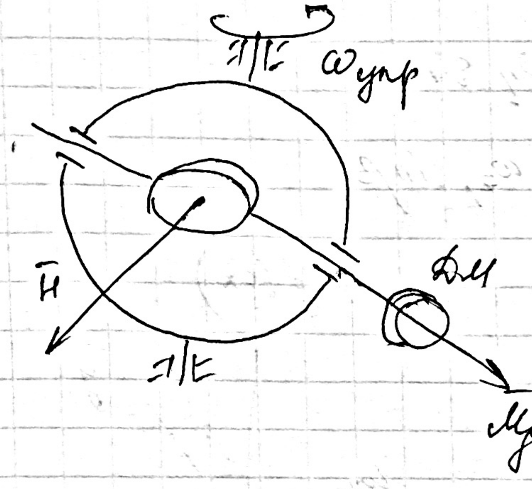
$$\begin{cases} H\dot\alpha = M_x \\ H\dot\beta = M_{y_1} \end{cases}$$

M_x и M_{y_1} – вредн. мом

$\Rightarrow \dot\alpha = \dfrac{M_x^{вр}}{H}$; $\dot\beta = \dfrac{M_{y_1}^{вр}}{H}$ – собств. ск-ть прецессии (где β-мал) (скорость дрейфа/ухода)

$\omega_{др} + U\sin\varphi = \dfrac{[\alpha]}{t}$

Управление гироскопом с пом. приложения $M^{вн}$.
Датчики момента.



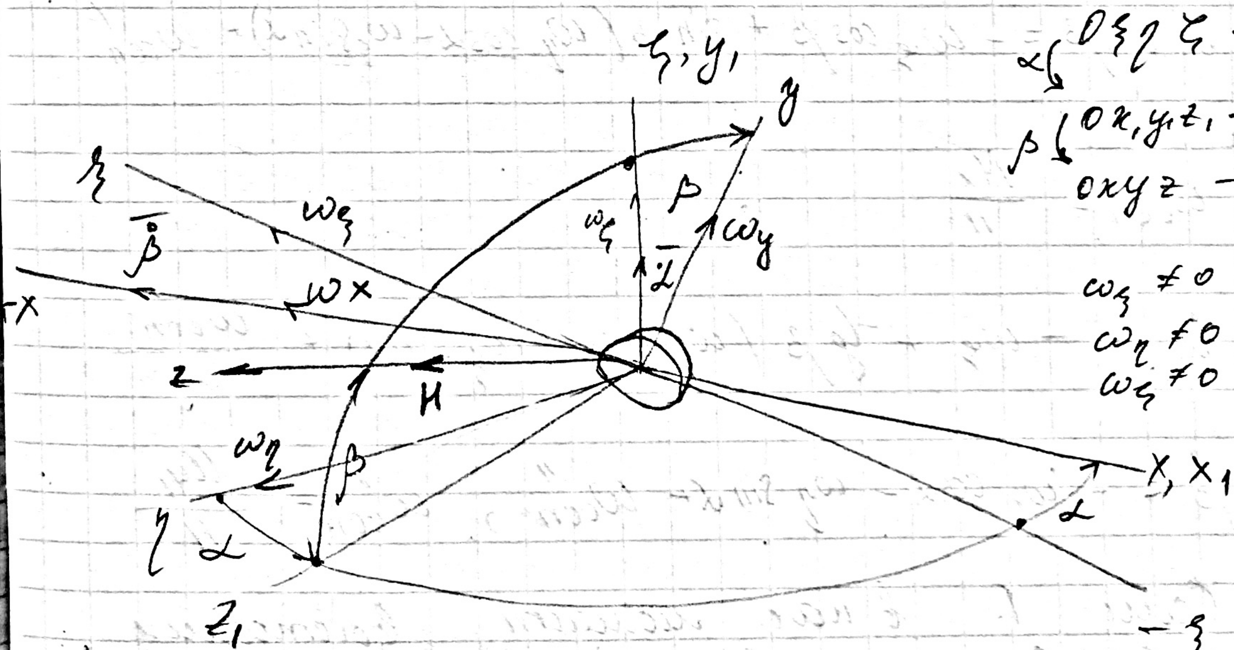
$$\omega_{упр} = \frac{M^{дм}}{H}$$

$[\omega_{упр}]_{max} \Rightarrow$

$$M^{дм} = H \cdot [\omega_{упр}]_{max}$$

Уравнения дв-ия Г. в подвижной СК $O\xi\eta\zeta$

Часто ставится задача реализации на борту подвижной в инерц. пр-ве $СК_x$ (при движении объекта отн-но Земли)



$\alpha \{ O\xi\eta\zeta -$

$\beta \{ Ox_1y_1z_1$ - н.р.

$Oxyz$ - вн. р.

$\omega_\xi \neq 0$

$\omega_\eta \neq 0$

$\omega_\zeta \neq 0$

$Ox \quad -H\omega_y + M_x = 0$

$Oy \quad H\omega_x + \dfrac{M_{y_1}}{\cos\beta} = 0$

$(Oy_1 \quad H\cos\beta\,\omega_x + M_{y_1} = 0)$

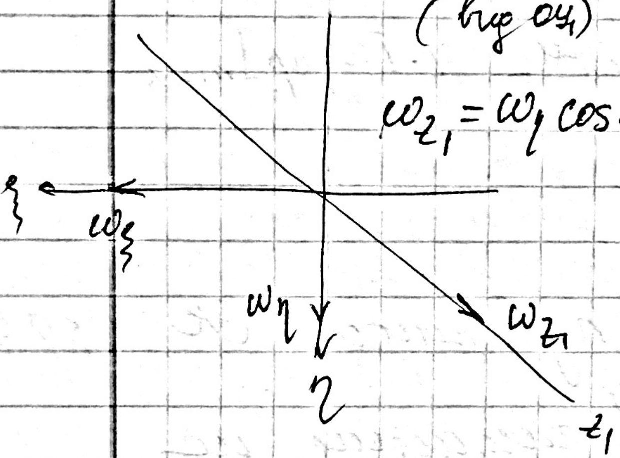
$\omega_\zeta \ll \Omega, \quad H = const$

$$\omega_x = -\dot\beta - \omega_\xi \cos\alpha - \omega_\eta \sin\alpha$$

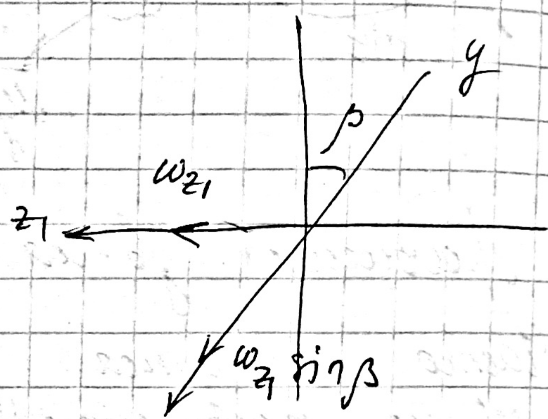
$$\omega_y = (\dot\alpha + \omega_\zeta)\cos\beta - \omega_{z_1}\sin\beta$$

(вид oy_1)

$$\omega_{z_1} = \omega_\eta \cos\alpha - \omega_\xi \sin\alpha$$



вид (ox)



$$\omega_y = \dot\alpha\cos\beta + \omega_\zeta\cos\beta - \sin(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi \sin\alpha)$$

$$\dot\alpha\cos\beta = -\omega_\zeta \cos\beta + \sin\beta(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi\sin\alpha) + \omega'_{ccn}$$

$$\omega_{ccn} = \frac{N_x}{H}$$

$$(\Delta)\ \begin{cases} \dot\alpha = -\omega_\zeta + tg\beta(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi\sin\alpha) + \dfrac{\tilde\omega'_{ccn}}{\cancel{\sin\beta}} \\ \dot\beta = -\omega_\xi\cos\alpha - \omega_\eta\sin\alpha + \omega''_{ccn}, \quad \omega''_{ccn} = \dfrac{M_{y_1}}{H} \end{cases}$$

Если Г. в нач. момент выставлен в $O\xi\eta\zeta$, то условием реализации на борту ск. явл. $\dot\alpha = \dot\beta = 0$

Погрешность реализации $\to \int_t (\Delta)$, но мы считаем правую часть const, тогда

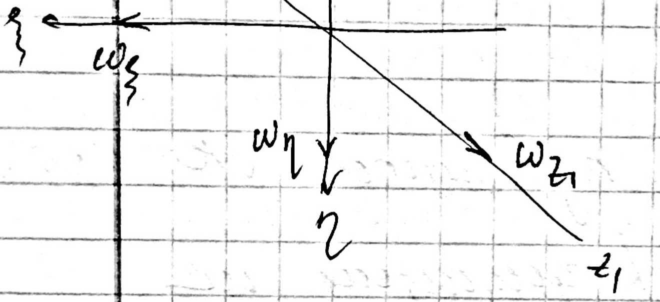
$\omega_z \ll \Omega, \quad H = const$

$$\omega_x = -\dot\beta - \omega_\xi \cos\alpha - \omega_\eta \sin\alpha$$

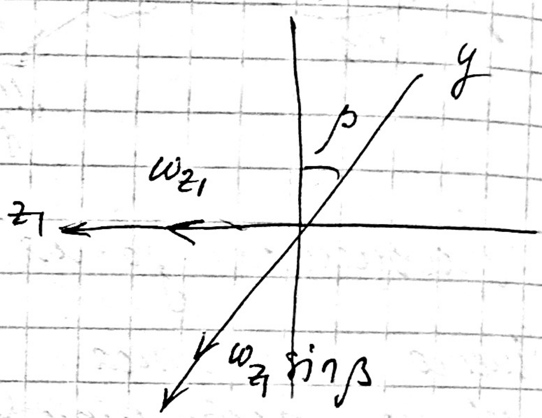
$$\omega_y = (\dot\alpha + \omega_\zeta)\cos\beta - \omega_{z_1}\sin\beta$$

(вид оу₁)

$$\omega_{z_1} = \omega_\eta \cos\alpha - \omega_\xi \sin\alpha$$



вид (ох)



$$\omega_y = \dot\alpha\cos\beta + \omega_\zeta\cos\beta - \sin(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi\sin\alpha)$$

$$\dot\alpha\cos\beta = -\omega_\zeta\cos\beta + \sin\beta(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi\sin\alpha) + \omega'_{сп}$$

$$\omega_{сп} = \frac{M_x}{H}$$

$$(\Delta)\begin{cases}\dot\alpha = -\omega_\zeta + tg\beta(\omega_\eta\cos\alpha - \omega_\xi\sin\alpha) + \frac{\omega'_{сп}}{\cancel{\sin\beta}}\\ \dot\beta = -\omega_\xi\cos\alpha - \omega_\eta\sin\alpha + \omega''_{сп}, \quad \omega''_{сп} = \frac{M_{y_1}}{H}\end{cases}$$

Если Г. в нач. момент выставлен в $O\xi\eta\zeta$, то условием реализации на борту СК явл. $\dot\alpha = \dot\beta = 0$

Погрешность реализации $\to \int_t(\Delta)$, но мы считаем правую часть const, тогда

$tg\,\beta \to \beta_0$ $\Delta\beta_н$ "$\Delta\alpha_н$ - погрешность начальной выставки

$$\Delta\alpha = -\omega_\xi t + \beta_0 t\,(\omega_\eta \cos\alpha_0 - \omega_\xi \sin\alpha_0) + \omega'_{ccn} t + \Delta\alpha_н$$

$$\Delta\beta = (-\omega_\xi \cos\alpha_0 - \omega_\eta \sin\alpha_0 + \omega''_{ccn})\,t + \Delta\beta_н$$

Зная $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ разработан алгоритм компенсаций погрешностей за время t.
Мероп компенсации:
* управление Г. с пом. ДМ
* алгоритмическая комп-ия (в БВМ)
* разворот статора датчика угла

$M^{вр} \to min$; $\omega_{ccn} \to min$
* прецизионные токоподводы, опоры
* обеспечить заданную точность выставки (GPS / ГЛОНАСС, астрокоррекция, гирокомпас)